UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERIA

| | 123456789

VNIVERSIDAD NACIONAL AVTONOMA DE MEXICO

EXAMEN : PRIMER EXAMEN PARCIAL (2020-2).

PROFESOR : ING. GUILLERMO CASAR MARCOS.

MATERIA : PROBABILIDAD (GRUPO 33).

NOMBRE DEL ALUMNO : ___________________________________

1. La corrosión del acero de refuerzo es un problema serio en estructuras de concreto localizadas en ambientes afectados por condiciones climáticas severas. Por esa razón, los investigadores han estado estudiando el uso de las barras de refuerzo hechas de un material compuesto. Se realizó un estudio para desarrollar indicaciones para adherir barras de refuerzo reforzadas con fibra de vidrio de concreto. Considérense las siguientes observaciones de fuerza adhesiva medida

11.5	9.9	7.8	6.6	13.4	9.3	5.4	5.1	10.7	8.5
4.0	3.8	3.6	20.6	13.8	13.1	8.2	14.2	5.5	5.0
4.8	3.8	3.6	17.1	5.7					

Considerando 5 intervalos, sumar y restar 0.05 y mediante una tabla de frecuencias:

a) Calcular la moda

b) Calcule el segundo cuartil.

c) Calcule el coeficiente de asimetría.

n = 25 => ± 0.05

Valor máximo + 0.05 = 20.6 + 0.05 = 20.65

Valor Mínimo – 0.05 = 3.6 – 0.05 = 3.55

Rango = 20.65 – 3.55 = 17.1

Amplitud = 17.1 / 5 = 3.42

INTERVALO DE CLASE	MARCA DE CLASE	f_i	f_i*	F_i	%
3.55 – 6.97	5.26	12	12/25	12/25	0% - 48%
6.97 – 10.39	8.68	5	5/25	17/25	48% - 68%
10.39 – 13.81	12.1	5	5/25	22/25	68% - 88%
13.81 – 17.23	15.52	2	2/25	24/25	88% - 96%
17.23 – 20.65	18.94	1	1/25	25/25	96% - 100%

a) Calcular la Moda

$$\text{MODA} = a + \Delta x \left[\frac{d_1}{d_2 + d_1} \right]$$

$d_1 = 0$; $d_2 = 7$

$$\text{MODA} = 3.55 + 3.42 \left[\frac{0}{7 + 0} \right] = \underline{\mathbf{3.55}}$$

b) Calcule el segundo cuartil

$$\textbf{fractil} = a + \Delta_x \; \frac{n\,(x\ \text{fracción}) - (\sum f)_a}{(f)\ \text{fractil}}$$

$$C_2 = 6.97 + 3.42 \left\{ \frac{25(0.5) - 12}{5} \right\} = 6.97 + 0.342 = \underline{7.312}$$

c) **Calcule el coeficiente de asimetría**

$$C.\,A. = \frac{\text{MEDIA} - \text{MODA}}{S_x} = \frac{8.68 - 3.55}{3.988371096} = \underline{\mathbf{1.286239389}}$$

$$\mu = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{5.26(12) + 8.68(5) + 12.1(5) + 15.52(2) + 18.94(1)}{25} = \frac{217}{25} =$$

$$\mu = 8.68$$

$$S_x^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2 f_i}{n} = \frac{(5.26-8.68)^2(12)+(8.68-8.68)^2(5)+(12.1-8.68)^2(5)+(15.52-8.68)^2(2)+}{25}$$

$$\frac{+\,(18.94-8.68)^2(1)}{} = \frac{397.6776}{25} = 15.907104$$

$$S_x^2 = 15.907104$$

$$S_x = 3.988371096$$

2. **El propietario de una casa va a llevar a cabo una remodelación, requiere los servicios tanto de un contratista de Plomería como de un contratista de Electricidad. Si existen 12 contratistas de Plomería y 9 contratistas de Electricistas disponibles en el área, ¿de cuántas maneras pueden ser elegidos los contratistas?**

Solución : Combinatoria & Regla del Producto

$$C_n^r = C\,(n,r) = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} \qquad ; \; m \times n$$

Plomeros n=12 y r=1; Electricistas n=9 y r=1

12! **9!**

$$C_{12}^{1} \times C_{9}^{1} = \frac{\quad}{1!\,(12-1)!} \times \frac{\quad}{1!\,(9-1)!} = 12\,(9) = \underline{108}$$

N = (12)(9) = 108 formas posibles de seleccionar los dos tipos de contratistas

3. Una cadena de tiendas de video vende tres marcas diferentes de reproductores Blue Ray. De sus ventas de reproductores de Blue Ray, 45% son de la marca 1 (la menos cara), 30% son de la marca 2 y 25% son de la marca 3. Cada fabricante ofrece 1 año de garantía en las partes y mano de obra. Se sabe que 23% de los reproductores de Blue Ray de la marca 1 requieren trabajo de reparación dentro del periodo de garantía, mientras que los porcentajes correspondientes de las marcas 2 y 3 son 17% y 9% respectivamente.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un comprador seleccionado al azar haya comprado un reproductor de Blue Ray que necesitará reparación mientras se encuentra dentro de garantía?

b) Si un cliente regresa a la tienda con un reproductor de Blue Ray que necesita reparación dentro de garantía, ¿cuál es la probabilidad de que sea un reproductor de Blue Ray marca 2?

Solución : Regla de Probabilidad Total & Teorema de Bayes

$$P(B) = P(B \cap E_1) + P(B \cap E_2) + \ldots + P(B \cap E_K) =$$

$$P(B) = P(B \mid E_1)P(E_1) + P(B \mid E_2)P(E_2) + \ldots + P(B \mid E_K)P(E_K)$$

$$P(A_j \mid E) = \frac{P(A_j)\, P(E \mid A_j)}{\sum P(A_i)\, P(E \mid A_i)} \quad ; j = 1, 2, \ldots, n$$

R : Reproductor Blue Ray que requiere Reparación

M_i : Ventas de Reproductores Blue Ray de la marca i ; i = 1, 2 o 3

$$P(M_1) = 0.45;\ P(M_2) = 0.3;\ P(M_3) = 0.25$$

$$P(R \mid M_1) = 0.23;\ P(R \mid M_2) = 0.17;\ P(R \mid M_3) = 0.09$$

a) $P(R) = P(M_1)\, P(R \mid M_1) + P(M_2)\, P(R \mid M_2) + P(M_3)\, P(R \mid M_3) =$

$$= 0.45\,(0.23) + 0.3\,(0.17) + 0.25\,(0.09) = 0.1035 + 0.051 + 0.0225 = 0.177 =$$

$$= \underline{17.7\%}$$

b) $$P(M_2 \mid R) = \frac{P(M_2)\, P(R \mid M_2)}{P(M_1)\, P(R \mid M_1) + P(M_2)\, P(R \mid M_2) + P(M_3)\, P(R \mid M_3)} =$$

0.3 (0.17)　　　　　0.051

$$P(M_2 \mid R) = \frac{}{0.45\,(0.23) + 0.3\,(0.17) + 0.25\,(0.09)} = \frac{}{0.177} = 0.288135593 =$$

$P(M_2 \mid R) = \underline{28.81\%}$

Para Confirmar:

$$P(M_1 \mid R) = \frac{0.45\,(0.23)}{0.45\,(0.23) + 0.3\,(0.17) + 0.25\,(0.09)} = \frac{0.1035}{0.177} = 0.584745762$$

$$P(M_3 \mid R) = \frac{0.25\,(0.09)}{0.45\,(0.23) + 0.3\,(0.17) + 0.25\,(0.09)} = \frac{0.0225}{0.177} = 0.127118644$$

$\sum P(M_i \mid R) = P(M_1 \mid R) + P(M_2 \mid R) + P(M_3 \mid R) =$

$= 0.288135593 + 0.584745762 + 0.127118644 = 1$ **ok**

4. **Se tiran un par de dados no cargados: uno rojo y otro azul. La variable "x" representa el número del dado rojo y "y" el número del dado azul. Determinar el valor esperado del producto de los números: a) pares y b) impares. Utilizar la variable conjunta (x , y).**

H (x , y) = xy

a)

H (2 , 2) = 4	H (4 , 2) = 8	H (6 , 2) = 12
H (2 , 4) = 8	H (4 , 4) = 16	H (6 , 4) = 24
H (2 , 6) = 12	H (4 , 6) = 24	H (6 , 6) = 36

P (xy) = 1/9 ; $\forall_x \forall_y \in S$

$$E\ \{H(x,y)\} = \sum_{\forall x} \sum_{\forall y} H(x,y)P(x,y) = 1/9 \sum_{x=2}^{6} \sum_{y=2}^{6} (xy) =$$

= 1/9 (4 + 8 + 12 + 8 + 16 + 24 + 12 + 24 + 36) = 1/9 (144) = **<u>16</u>**

b)

H (1 , 1) = 1	H (3 , 1) = 3	H (5 , 1) = 5
H (1 , 3) = 3	H (3 , 3) = 9	H (5 , 3) = 15
H (1 , 5) = 5	H (3 , 5) = 15	H (5 , 5) = 25

P (xy) = 1/9 ; $\forall_x \forall_y \in S$

$$E\ \{H(x,y)\} = \sum_{\forall x} \sum_{\forall y} H(x,y)P(x,y) = 1/9 \sum_{x=1}^{5} \sum_{y=1}^{5} (xy) =$$

= 1/9 (1 + 3 + 5 + 3 + 9 + 15 + 5 + 15 + 25) = 1/9 (81) = **<u>9</u>**

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERIA

5. La fracción X de corredores y la fracción Y de corredoras que compiten en la maratón se describen mediante la función de densidad conjunta

$$f(x,y) = \begin{cases} 8xy \ ; \ 0 < x < 1 \ ; \ 0 < y < 1 \\ 0 \quad ; \text{ en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Encuentre la covariancia y el coficiente de correlación.

Cov (x,y) = E (x y) – E (x) E (y)

$$E(x) = \int_0^1 \int_0^1 (x)\, 8xy \, dx\, dy = \int_0^1 \int_0^1 8x^2y \, dx\, dy = \int_0^1 8x^2 \; y^2/2 \, dx]_0^1 = \int_0^1 4\, x^2 \, dx =$$

$$E(x) = 4/3\; x^3]_0^1 = 4/3$$

$$E(y) = \int_0^1 \int_0^1 (y)\, 8xy \, dx\, dy = \int_0^1 \int_0^1 8xy^2 \, dx\, dy = \int_0^1 8y^2 \; x^2/2 \, dy]_0^1 = \int_0^1 4\, y^2 \, dy =$$

$$E(y) = 4/3\; y^3]_0^1 = 4/3$$

$$E(xy) = \int_0^1 \int_0^1 (xy)\, 8xy \, dx\, dy = \int_0^1 \int_0^1 8x^2y^2 \, dx\, dy = \int_0^1 8x^2 \; y^3/3 \, dx]_0^1 = \int_0^1 8/3\; x^2 \, dx =$$

$$E(xy) = 8/9\; x^3]_0^1 = 8/9$$

Cov (x,y) = E (x y) – E (x) E (y) = (8/9) - (4/3)(4/3) = 8/9 - 16/9 = - 8/9 = **- 0.8889**

Coeficiente de Correlación $= \dfrac{\sigma xy}{\sigma x\, \sigma y} = \dfrac{-8/9}{(4/3)^2} = \underline{-0.5}$

$$\sigma\, x^2 = E\{x^2\} - \mu_x{}^2 = m_{2\,0} - (m_{1\,0})^2$$

$$m_{2\,0} = \int_0^1 \int_0^1 x^2\,(8xy)\, dx\, dy =$$

$$\sigma\, x^2 = (m_{20}) - (4/3)^2 = r_1$$

$$\sigma\, x^2 = r_1$$

$$\sigma\, x = \sqrt{73/960}$$

$$\sigma\, y = \sqrt{73/960}$$

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \, \sigma_y} = \frac{-\frac{8}{9}}{\sqrt{73/960}\,\sqrt{73/960}} = -\frac{\quad}{\quad} =$$